Nedbør i millimeter

Målt på Flesland og Tyholt:

Mnd	Tyholt	Fleslan
1	-3.2	0.8
2	-2.5	0.7
3	0	2.3
4	3.2	4.8
5	8.7	9.3
6	12	12.1
7	13.1	13.3
8	13	13.3
9	9.3	10.6
10	5.8	8
11	0.7	3.9
12	-1.6	1.8

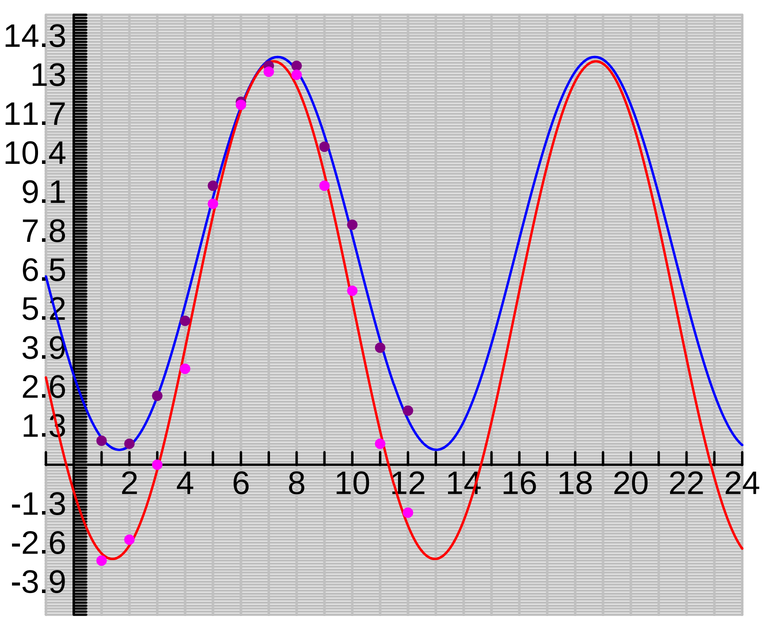
Utfører to sinus-regresjoner for å finne ut hvordan temperaturene svinger gjennom ett år på Flesland og Tyholt:

Sinusoidal Regression

regEQ2(x) = 8.29546*sin(.542965*x+-2.32505)+5.15401

Sinusoidal Regression

regEQ(x) = 6.54874*sin(.552*x+-2.47254)+7.04668



Hva sier dette oss om middeltemperaturene i Bergen og Trondheim? Hvor er vintrene hardest?

Sally Fishbeck (Rochester Institute of Technology), tilrettelagt for TI Interactive av Ray Barton (Olympus High School), til norsk ved Øistein Gjøvik (ALT-HiST).

Et sammentreff når vi ser på tredjegradsfunksjoner

Vi definerer først en tredjegradsfunksjon. Denne kan vi endre senere.

$f(x) := 2 \cdot x^3 + 6 \cdot x^2 - 4.5 \cdot x - 13.5$

Vi trenger å vite hvor vi finner nullpu nktene til denne. Dette er fort gjort :

$\text{zeros}(f(x), x) \quad \{-3, -1.5, 1.5\}$

Vi tegner så inn tangentlinjen til funksjonen ved middelverdien av to av røttene:

$\frac{-1.5 + 1.5}{2} \rightarrow x1 \quad 0.$

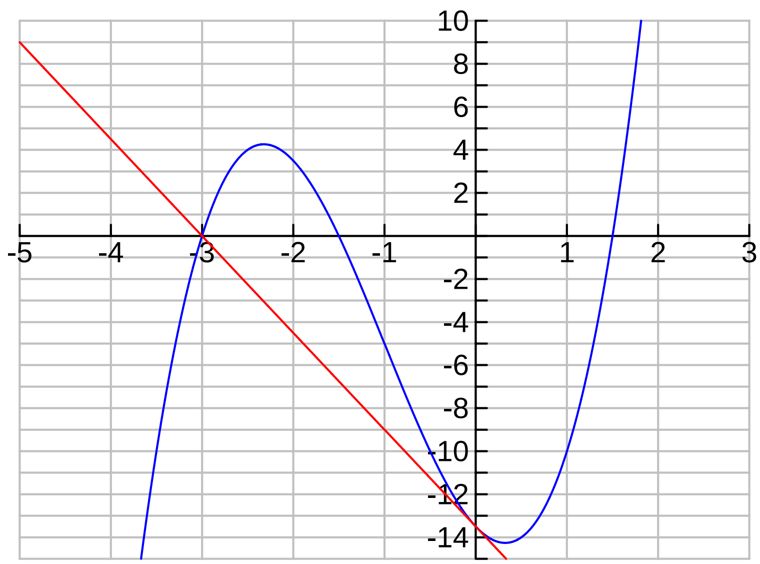
Vi har da altså punktet vi skal ha tangenten i, nemlig $(x1, f(x1))$. Vi trenger også stigningstallet: Det finner vi raskt ved derivasjon

$\frac{d}{dx}(f(x)) \mid x = x1 \rightarrow m \quad -4.5$

Vi kan da sette opp funksjonsuttrykket *t(x)* for tangenten:

$t(x) := m \cdot (x - x1) + f(x1)$

Tegner så opp funksjonen og tangenten i et koordinatsystem:



Ser du noe spesielt med denne grafiske fremstillingen?

Oppgaver:

1. Gå tilbake og prøv og gjenta prosessen med to andre røtter.
2. Prøv så og finn ditt eget polynom med tre røtter (forskjellige røtter) og prøv det samme.
3. Vis at det generelt er slik.

Oppgave 3:

$f(x) := k\cdot(x-a)\cdot(x-b)\cdot(x-c)$

"Done"

$\text{expand}(f(x))$

$k\cdot x^3 - a\cdot k\cdot x^2 - b\cdot k\cdot x^2 - c\cdot k\cdot x^2 + a\cdot b\cdot k\cdot x + a\cdot c\cdot k\cdot x + b\cdot c\cdot k\cdot x - a\cdot b\cdot c\cdot k$

$\frac{a+b}{2} \rightarrow x1$

$\frac{a+b}{2}$

$\frac{d}{dx}(f(x)) \mid x = x1 \rightarrow m$

$\frac{-(a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2)\cdot k}{4}$

$t(x) := m\cdot(x - x1) + f(x1)$

"Done"

$\text{zeros}(t(x), x)$

$\{c\}$

Finn funksjonsgrafen!

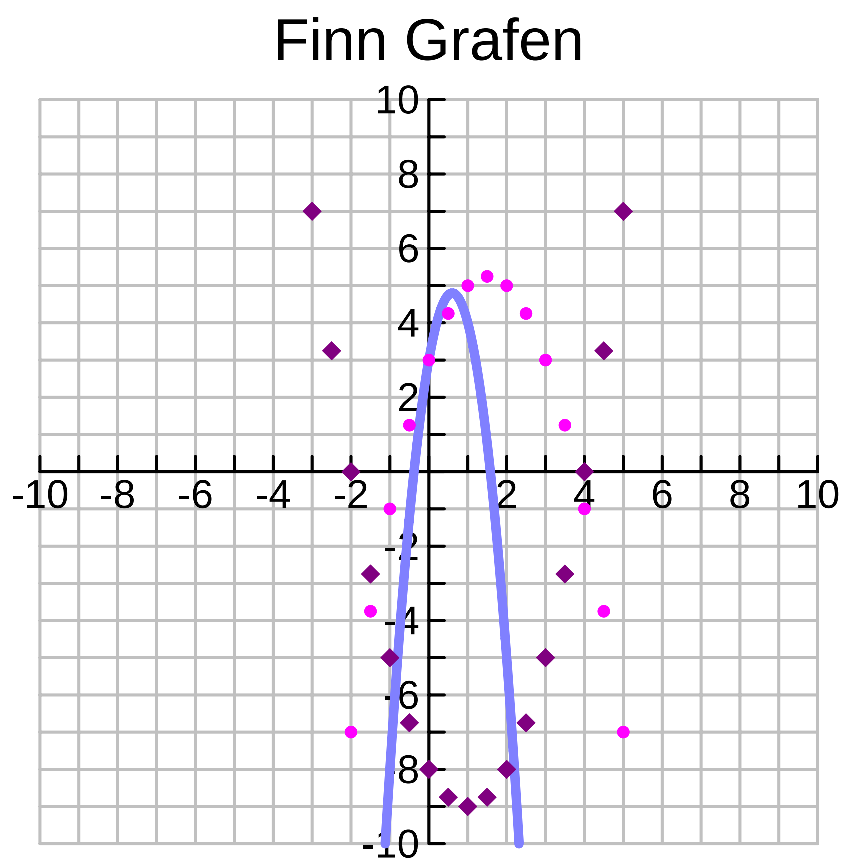
Klikk på en av glidekontrollene under og bruk knappene på sidene til å variere variablene *a*, *b* og *c*. Merk at kurven og funksjonsuttrykket varierer i henhold til dine endringer.
Prøv å finne samme graf som datapunktene som er oppgitt!

a
b
c

$a = -5 \quad b = 6 \quad c = 3$

$f(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

$$f(x) = -5 \cdot x^2 + 6 \cdot x + 3$$



Etter en ide på Novemberkonferansen 2005.
Øistein Gjøvik (oisteing@stud.ntnu.no)

Et merkelig sammentreff ved fjerdegradsfunksjonene

Se på en generell fjerdegradsfunksjon: $y(x) := m0 + m1 \cdot x + m2 \cdot x^2 + m3 \cdot x^3 + m4 \cdot x^4$.

Denne har andrederivert: $\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(y(x))\right) \quad = 12 \cdot m4 \cdot x^2 + 6 \cdot m3 \cdot x + 2 \cdot m2$

Vi kan finne de generelle uttrykkene for vendepunktene slik:

$$\text{zeros}\left(\frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(y(x))\right), x\right) \quad \left\{ \frac{\sqrt{-3 \cdot \left(8 \cdot m2 \cdot m4 - 3 \cdot m3^2\right)} - 3 \cdot m3}{12 \cdot m4}, \frac{-\left(\sqrt{-3 \cdot \left(8 \cdot m2 \cdot m4 - 3 \cdot m3^2\right)} + 3 \cdot m3\right)}{12 \cdot m4} \right\}$$

Vi skal bruke disse uttrykkene senere.

Definerer så stigningstall mellom punktene (a,b) og (c,d): $\text{stall}(a, b, c, d) := \frac{d - b}{c - a}$.

$$\text{rettlinje}(a, b, c, d) := \text{stall}(a, b, c, d) \cdot (x - a) + b$$

En rett linje kan så defineres slik:

Som vi ser blir det litt stygge uttrykk å regne med når vi tar utgangspunkt i den generelle fjerdegradsfunksjonen. Anta derfor at vendepunktene er a og b. Altså at a og b er nullpunktene til den andrederiverte, som regnet ut ovenfor. Vi kan integrere den andrederiverte to ganger for å finne en alternativ måte å skrive et generellt fjerdegradspolynom på:

$q(x) := \text{integral}(\text{integral}(12 \cdot m4 \cdot (x - a) \cdot (x - b), x, m1), x, m0)$.

Denne alternative måten å skrive polynomet på blir da:

$$q(x) \quad = m4 \cdot x^4 - 2 \cdot (a + b) \cdot m4 \cdot x^3 + 6 \cdot a \cdot b \cdot m4 \cdot x^2 + m1 \cdot x + m0$$

Vi finner så ut hvor på grafen de to vendepunktene ligger:

q(a):

$$m4 \cdot a^4 - 2 \cdot (a + b) \cdot m4 \cdot a^3 + 6 \cdot a \cdot b \cdot m4 \cdot a^2 + m1 \cdot a + m0 \quad = -\left(a^4\right) \cdot m4 + 4 \cdot a^3 \cdot b \cdot m4 + a \cdot m1 + m0$$

q(b): $m4 \cdot b^4 - 2 \cdot (a + b) \cdot m4 \cdot b^3 + 6 \cdot a \cdot b \cdot m4 \cdot b^2 + m1 \cdot b + m0 \quad = 4 \cdot a \cdot b^3 \cdot m4 - b^4 \cdot m4 + b \cdot m1 + m0$

Lager så linja fra (a,q(a)) til (b,q(b)):

$l(x) := \text{rettlinje}\left(a, -\left(a^4\right) \cdot m4 + 4 \cdot a^3 \cdot b \cdot m4 + a \cdot m1 + m0, b, 4 \cdot a \cdot b^3 \cdot m4 - b^4 \cdot m4 + b \cdot m1 + m0\right)$.

Denne linja får dermed formen:

$$l(x) \quad -\left(a^3 \cdot m4 - 3 \cdot a^2 \cdot b \cdot m4 - 3 \cdot a \cdot b^2 \cdot m4 + b^3 \cdot m4 - m1\right) \cdot x + a^3 \cdot b \cdot m4 - 3 \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot m4 + a \cdot b^3 \cdot m4 + m0$$

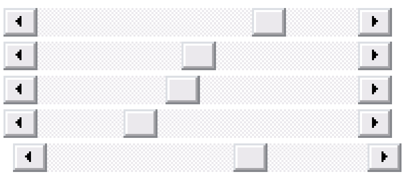
Finner så skjæringspunktene mellom q(x) og l(x):

$\text{solve}(q(x) = l(x), x)$

$$x = \frac{a\cdot(\sqrt{5}+1) - b\cdot(\sqrt{5}-1)}{2} \text{ or } x = \frac{-(a\cdot(\sqrt{5}-1) - b\cdot(\sqrt{5}+1))}{2} \text{ or } x = a \text{ or } x = b$$

Her ser vi altså at a og b er to av punktene hvor grafene skjærer hverandre, mens de to andre er relatert til disse via det gylne forholdstall, phi.
Vi kan se på et talleksempel for å tegne dette grafisk:
Juster paramterene til y(x) her:

m0:
m1:
m2:
m3:
m4:



Polynomet har med disse parameterene formen $y(x)$ $= 3\cdot x^4 - 4\cdot x^3 - 12\cdot x^2 + 5$

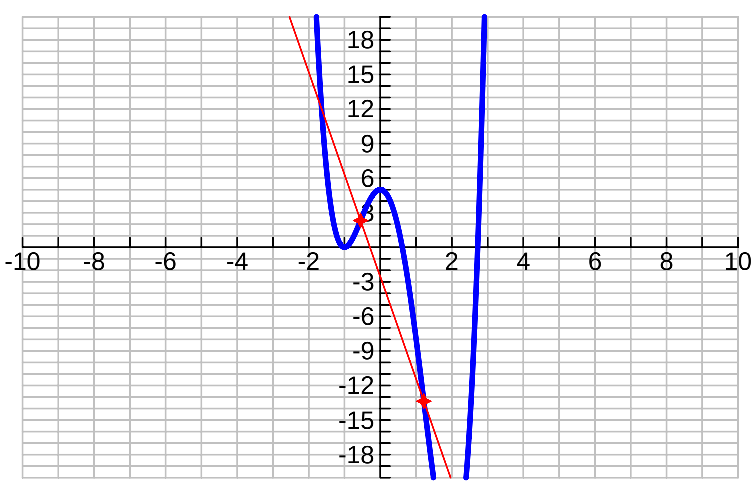
Vendepunktene til denne er:

$$v1 := \frac{\sqrt{-3\cdot(8\cdot m2\cdot m4 - 3\cdot m3^2)} - 3\cdot m3}{12\cdot m4} = \frac{\sqrt{7}+1}{3} \text{ og}$$

$$v2 := \frac{-\left(\sqrt{-3\cdot(8\cdot m2\cdot m4 - 3\cdot m3^2)} + 3\cdot m3\right)}{12\cdot m4} = \frac{-(\sqrt{7}-1)}{3}$$

Punktene tegner vi også inn på grafen (røde punkter).

Tegner også inn linja mellom de to røde punktene: $l(x) := \text{rettlinje}(v1, y(v1), v2, y(v2))$



Skjæringspunktene er gitt ved

$\mathrm{solve}(y(x) = l(x), x) \qquad x = \frac{\sqrt{35}+1}{3} \text{ or } x = \frac{-(\sqrt{35}-1)}{3} \text{ or } x = \frac{\sqrt{7}+1}{3} \text{ or } x = \frac{-(\sqrt{7}-1)}{3}$

To av disse er vendepunktene. Vi kan bruke relasjonen vi fant generellt for å finne at de andre to punktene er relatert til de to første via de gylne forhold.

$$XL := \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\cdot v1 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\cdot v2 \qquad = \frac{(\sqrt{7}+1)\cdot(\sqrt{5}+1)}{6} + \frac{(\sqrt{7}-1)\cdot(\sqrt{5}-1)}{6}$$

$$XR := \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\cdot v2 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\cdot v1 \qquad = \frac{-(\sqrt{7}+1)\cdot(\sqrt{5}-1)}{6} - \frac{(\sqrt{7}-1)\cdot(\sqrt{5}+1)}{6}$$

Prøv selv med andre fjerdegradsfunksjoner ved å dra i glidebryterne.

For eksempel: $x^4 - 10\cdot x^3 + 24\cdot x^2 + 5\cdot x - 1$ og $x^4 - 2\cdot x^3 - 36\cdot x^2 + 5\cdot x - 1$ ...

oistein.gjovik@alt.hist.no

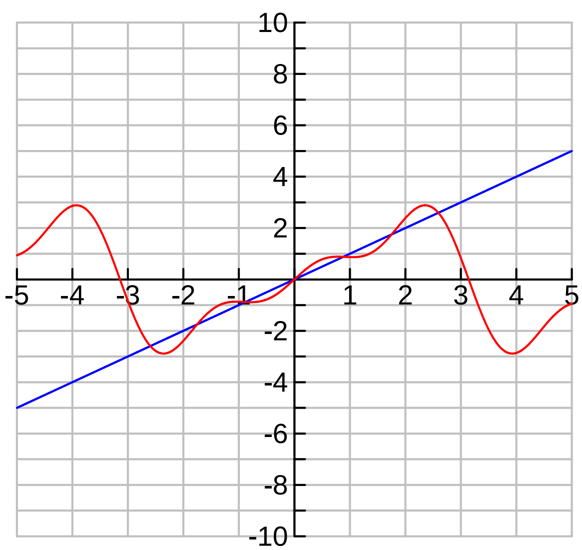
Fourieranalyse med TI Interactive!

Vi må først definere funksjonen vi skal utføre Fourieranalysen på. La oss si $f(x) := x$

Så trenger vi definisjonen av Fourierkoeffisientene. Disse er $a(n) := \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} (f(x) \cdot \cos(n \cdot x)) \, dx$ og $b(n) := \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} (f(x) \cdot \sin(n \cdot x)) \, dx$. Vi lager en variabel som sier hvor mange ledd vi skal ha med i partialsummen, for eksempel *p*. Dra i denne glidekontrollen for å justere graden til det største leddet. $p = 3$

Partialsummen er gitt ved $s(x) := \frac{1}{2} \cdot a(0) + \sum_{i=1}^{p} (a(i) \cdot \cos(i \cdot x) + b(i) \cdot \sin(i \cdot x))$. Vi kan da tilslutt tegne opp grafen til f og partialsummen i samme koordinatsystem.

Prøv ut forskjellige funksjoner som f og se hvordan dette påvirker Fourierrekka. Prøv for eksempel med *x*, *x^2*, *x^3*, *x^4*, sin*x*, ln*x*, tan*x*, *abs(x)* osv.



Den blå kurven er grafen til f, mens den rød kurven er grafen til s.

Dokumentet (grafen) blir automatisk oppdatert når du har forandret på funksjonen *f* først i dokumentet. Men husk at beregning av Fourierkoeffisienter er krevende, så ikke velg altfor mange ledd i partialsummen (en *p*-verdi på ca. fem er ofte nok til å få en bra tilnærming).

Også intervallet man skal få fourierrekka til å likne på *f* på er tilfeldig, men fra -pi til pi er ofte gunstig av regnetekniske årsaker. Nevner tilslutt at man ikke kan utvide ALLE funksjoner i fourierrekker, men nesten. Det vil si ALLE funksjoner har en Fourierrekka, men det er ikke alltid at Fourierrekka vil likne på funksjonen. Men til vårt formål holder det å vite at funksjonene vi har bruk for og kommer borti i praksis ikke byr på noen problemer. De såkalt "vanskelige" funksjonene er stort sett obskuriteter som ikke er pensum innenfor vanlig skole eller studium.

Oppgaver:

Oppgave 1: Finn uttrykk for generelle Fourierrekker på intervallet -L til L (i stedet for -pi til pi) og lag et dokument der du kan endre L og få grafen automatisk justert.

Oppgave 2: Sammenlikn Fourier-utviklingen av funksjonene x og $|x|$. Hva observerer du? Hva kan være årsaken til dette?

Oppgave 3: Klarer du å illustrere Gibbs fenomen?

(c)2003 Øistein Gjøvik
oistein.gjovik@alt.hist.no

Svar og tips på oppgavene

Oppgave 1

Generelle Fourierrekker finner vi på samme måte. Definer funksjonen $f(x) := \frac{1}{2} \cdot x$. Bestem intervallet vi definerer funksjonen på ved å flytte venstre endepunkt med å dra i glidekontrollen:

$L \quad = 2$

Lag så Fourierkoeffisientene:

$a(n) := \frac{1}{L} \cdot \int_{-L}^{L} \left(f(x) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L} \right) \right) dx$ og $b(n) := \frac{1}{L} \cdot \int_{-L}^{L} \left(f(x) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L} \right) \right) dx$.

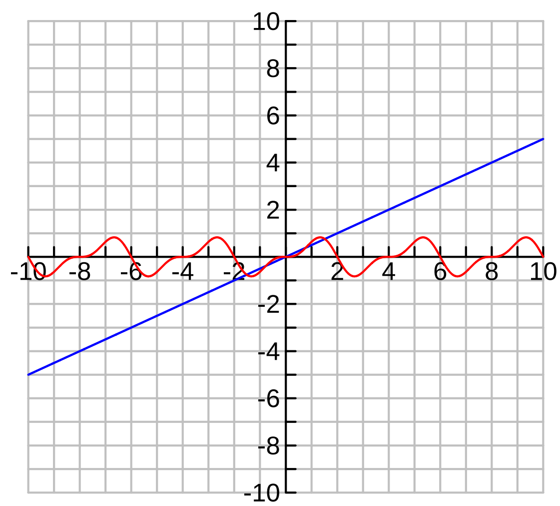
Lag til slutt partialsummen.

Sett først det største leddet til grad $p \quad = 2$

$$s(x) := \frac{1}{2} \cdot a(0) + \sum_{i=1}^{p} \left(a(i) \cdot \cos\left(\frac{i \cdot x \cdot \pi}{L} \right) + b(i) \cdot \sin\left(\frac{i \cdot x \cdot \pi}{L} \right) \right)$$

Tilslutt tegner vi opp funksjonen

f sammen med partialsummen.



Oppgave 3

Vi illustrerer Gibbs fenomen ved å lage en Fourier-framstilling av en av de enkleste funksjonene vi har:

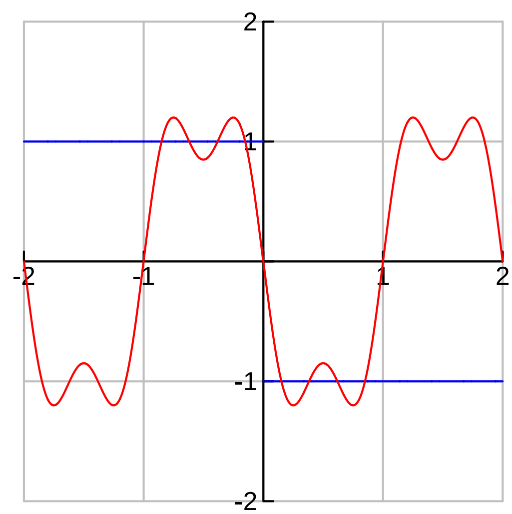
Hvis $f(x) := \begin{cases} 1 & x < 0 \\ -1 & x \geq 0 \end{cases}$ og $L := 1 \quad p := 3$ og så får vi følgende graf.

$$a(n) := \frac{1}{L} \cdot \int_{-L}^{L} \left(f(x) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L} \right) \right) dx$$

$$b(n) := \frac{1}{L} \cdot \int_{-L}^{L} \left(f(x) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L} \right) \right) dx$$

$$s(x) := \frac{1}{2} \cdot a(0) + \sum_{i=1}^{p} \left(a(i) \cdot \cos\left(\frac{i \cdot x \cdot \pi}{L} \right) + b(i) \cdot \sin\left(\frac{i \cdot x \cdot \pi}{L} \right) \right)$$

Nå kan du forsøke å justere graden til *p* igjen. Ikke velg *p* for stor, da kommer det til å ta lang tid å regne ut!



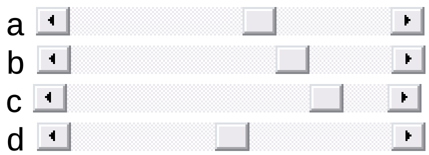
En måte å se sammenhengen i addisjon av funksjoner

Definer først en funksjon sammensatt av to andre

$g(x) := d\cdot x^2$ og $h(x) := a\cdot\sin(b\cdot x - c)$

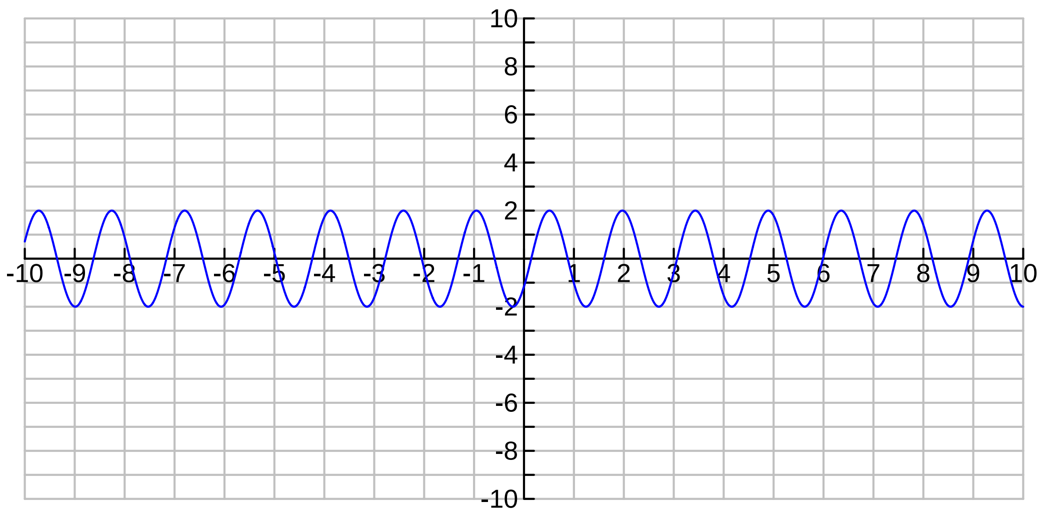
Sett så sammen disse to funksjonene til en: $f(x) := g(x) + h(x)$

Juster parametrene a,b,c og d ved å dra i disse glidebryterne:



... og så tegner vi tilslutt grafen:

$f(x)$ $\quad 2\cdot\sin(4.3\cdot x - 6.9)$



Merk at vi ved å sette *d=0* får en vanlig sinusfunksjon

Gauss' påskeformel

Gauss utviklet en algoritme for å beregne når det er påske. Still først inn årstallet ved å dra i glidebryteren, og så går vi gjennom Gauss' algoritme etterpå!

2008

Så gjør vi algoritmen vår...

$\mathrm{remain}(year, 19) \to a \quad 13$

$\mathrm{remain}(year, 4) \to b \quad 0$

$\mathrm{remain}(year, 7) \to c \quad 6$

$\mathrm{remain}(19 \cdot a + 24, 30) \to d \quad 1$

$\mathrm{remain}(2 \cdot b + 4 \cdot c + 6 \cdot d + 5, 7) \to e \quad 0$

$22 + d + e \to f \quad 23$

$d + e - 9 \to aprildato \quad -8$

$$g(t) := \begin{cases} aprildato & t > 31 \\ t & t \le 31 \end{cases}$$

$$m(x) := \begin{cases} mars & x \le 31 \\ april & x > 31 \end{cases}$$

$$s(z) := \begin{cases} 19 & z = 26 \\ 18 & z = 25 \end{cases}$$

Påskedagen er altså på 23. *mars*

Svingninger på en gitarstreng

Når en streng (f.eks. en gitarstreng) svinger, er frekvensen *f* gitt ved $f(L) := \frac{1}{L \cdot d} \cdot \sqrt{\frac{T \cdot g}{\rho \cdot \pi}}$,

der *L* er lengden på strengen, *d* er diameter på strengen, *T* er kraften/spenningen i strengen (målt i kg) *g* er tyngdeakselerasjonen og ρ er tettheten til materalet strengen er laget av.

Tyngdeakselerasjonen *g* er fast på $g := 9.81$ m/s^2

Spenningen i strengen kan vi justere her. Denne er oppgitt som kg. på en strengpakke.
V ser at denne ganges med *g* i formelen, slik at kraften blir målt i newton (N).
T:

Tettheten til materialet setter vi inn her; $\rho := 8908$ kg/m^3.

Diameter er som regel målt i millimeter, juster denne her:

Diameteren i mm: Altså er diameteren $.7$ mm.

Denne gjør vi så om til meter for å holde oss til standard enheter; da får vi $.0007$ m.

Vi kan da skissere frekvensen som funksjon av lengden på strengen.
I eksemplet har jeg i utgangspunktet valgt den tynneste e-strengen, lagd av nikkel.
Grafen til funksjonen *f* som funksjon av lengde er skissert under.
La oss i tillegg legge inn en rett linje på en eller annen frekvens, f.eks. 440:
Juster linja her:
Frekvensen er her 440 Hz.

Vi ønsker å finne hvor lang en streng må være for å få til denne frekvensen. Altså hvilken l som gir denne f.

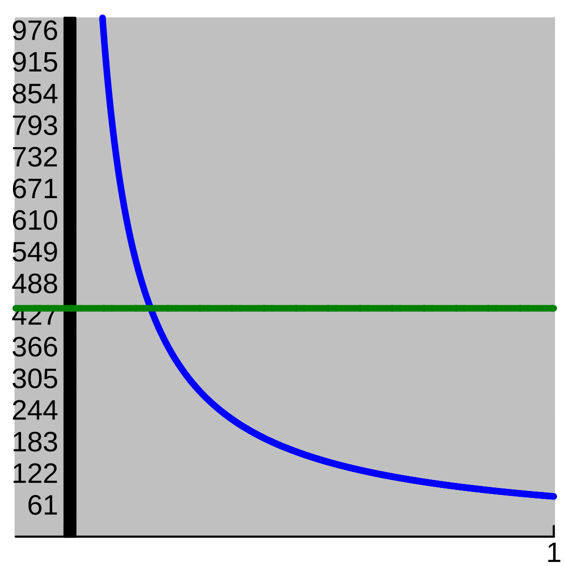
$\text{solve}(f(l) = q, l) \to s$

$l = .175971$

Vi må altså ha en streng som er

$100 \cdot l = 17.5971$ centimeter lang

Stemmer dette? Velg frekvensen for en A og se om avstanden som måles opp er rett!



Heksehatten

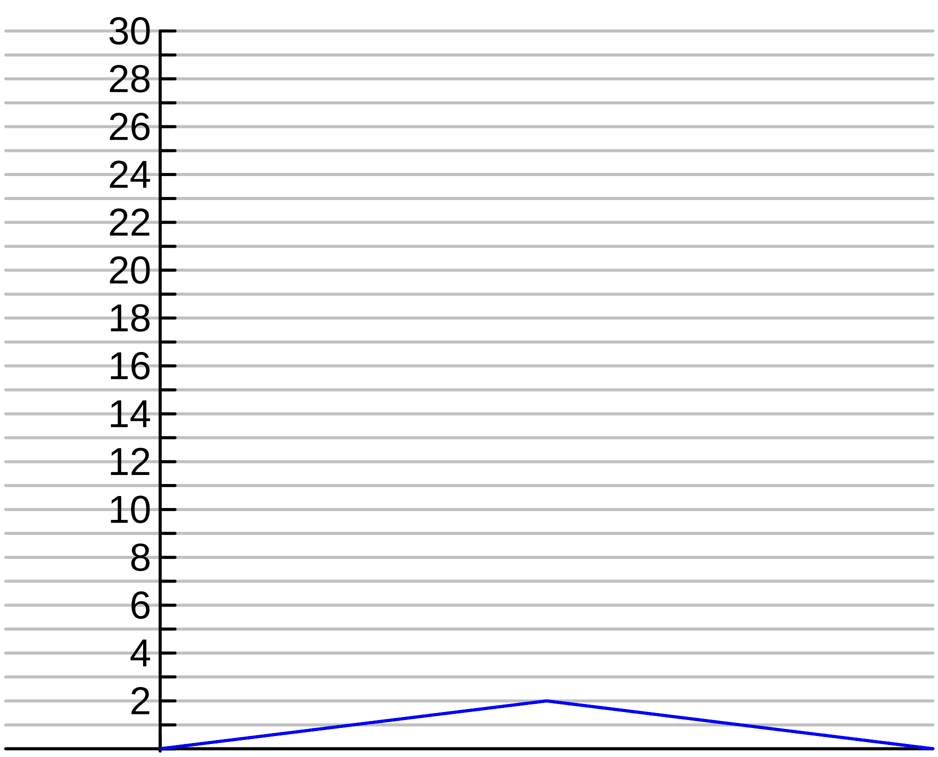
Et eksempel for å vise at TI Interactive! kan illustrere og berike begrepene vi har om avanserte matematiske temaer. Vi ser nå på det kjente eksemplet med heksehatten, der hensikten er å gi et eksempel som viser forskjellen på punktvis og uniform konvergens.

Her justerer vi *n* , som er indeksen i funksjonsfølgen: 1

Definerer så funksjonsfølgen *f(n,x)*:

$$f(n,x) := \begin{cases} 2\cdot 4^{n}\cdot x & 0 \le x \text{ and } x \le \dfrac{1}{2^{(n+1)}} \\ -2\cdot 2^{n}\cdot\left(2^{n}\cdot x - 1\right) & \dfrac{1}{2^{(n+1)}} < x \text{ and } x \le \dfrac{1}{2^{n}} \\ 0 & x > \dfrac{1}{2^{n}} \end{cases}$$

Det man kan observere er at funksjonsfølgen konvergerer punktvis mot 0 (for hver fiksert *x>0*), men aldri blir helt lik grensefunksjonen f=0, konvergensen er ikke uniform. Vi observerer også at arealet under kurven holder seg konstant lik 1/2.



$$\int_0^{1/2^{(n+1)}} \left(2 \cdot 4^n \cdot x\right) dx + \int_{1/2^{(n+1)}}^{1/2^n} \left(-2 \cdot 2^n \cdot \left(2^n \cdot x - 1\right)\right) dx \quad = \frac{1}{2}$$

Måling av temperatur i lik

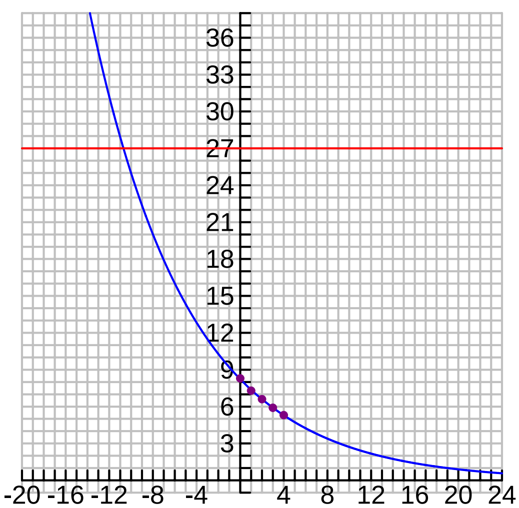
Følgende temperaturer ble registrert da politiet kom til åstedet ved t=0. Dette er temperaturforskjeller mellom omgivelsene og rommet liket ble funnet i.

L1	L2
0	8.3
1	7.3
2	6.6
3	5.9
4	5.3

En eksponensial-regresjon viser oss hvordan temperaturutviklingen vil fortsette, og har vært førut for etterforskningen.

Exponential Regression
y(x) = 8.23815*.894937^x

Denne funksjonen tegner vi opp i koordinatsystemet, sammen med måleverdiene. Temperaturen ute var ti grader, så forskjellen er 27 grader. Still inn glideren her på 27 grader: 27



Vi kan da løse likningen c=y(x) for å finne når drapet ble utført: $\text{solve}(c = y(x), x)$ $x = -10.6941$

Det er altså 10.7 timer fra drapet blir begått og til politiet er på åstedet.

Promille

Følgende alkoholmengder kan du gå ut fra:

- En halv liter øl: ca. 20 gram alkohol
- Et glass vin (15cl) : ca. 12 gram alkohol
- En flaske vin: ca. 60 gram alkohol
- Et glass akevitt (4 cl) : ca. 13 gram alkohol

Oppgave: Lag en aktivitet som kommer fram til en graf av promille som funksjon av tiden etter første glass.

Formelen for å beregne promille her $P(t) := \dfrac{A}{g(kjonn) \cdot M} - h(kjonn) \cdot t$. Her er P promillen,

t er tiden etter første inntak, A er alkoholinntak, M er massen i kg, mens g og h er

konstante faktorer (men som er avhengig av kjønn) . Disse er

$g(x) := \begin{cases} 0.56 & x = -1 \\ 0.68 & x = 1 \end{cases}$ og $h(x) := \begin{cases} 0.085 & x = -1 \\ 0.1 & x = 1 \end{cases}$.

Still inn kroppsvekten din her: M 76kg

Alkoholinntak her:

Glass akevitt: 0

Halvlitere: 4

vinglass: 0

vinflasker: 0

Inntaket blir da 80 gram alkohol.

Angi kjønn her: Kvinne Mann

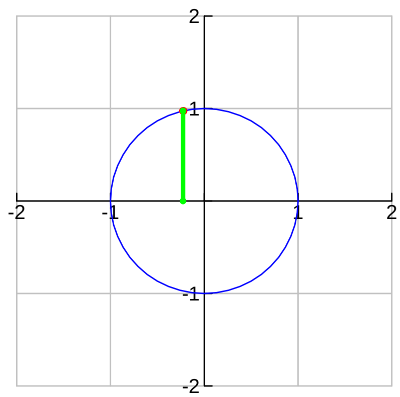
Se graf over promilleutviklingen på neste side. Kan du finne en mer nøyaktig måte å beregne dette på ved å søke på Internett etter andre formler? Klarer du å finne logiske "brister" ved å se på ekstremtilfeller ved denne utregningen?

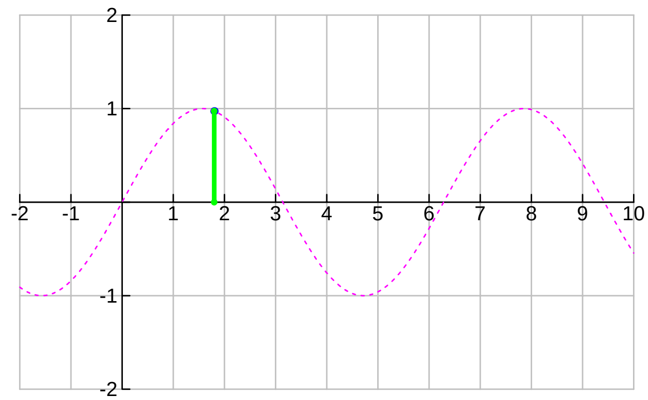
$x = 22.1141$ timer før du er edru.

Det tar

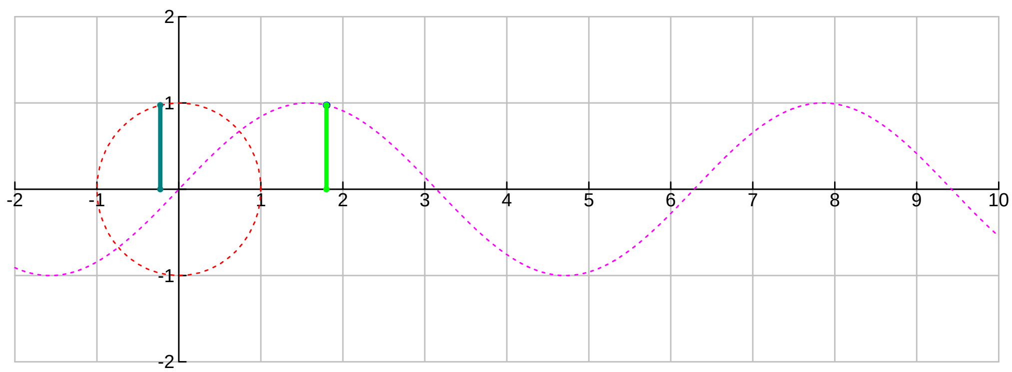
Å se sammenhengen mellom vinkel x, sin(x) og enhetssirkelen

Ny verdi for vinkelen a, som vi skal bruke: 1.8





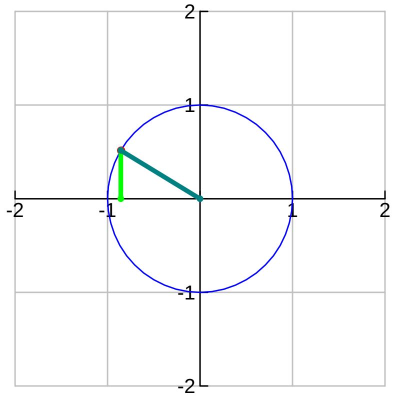
Vi kan også sette de to grafene inn i samme koordinatsystem

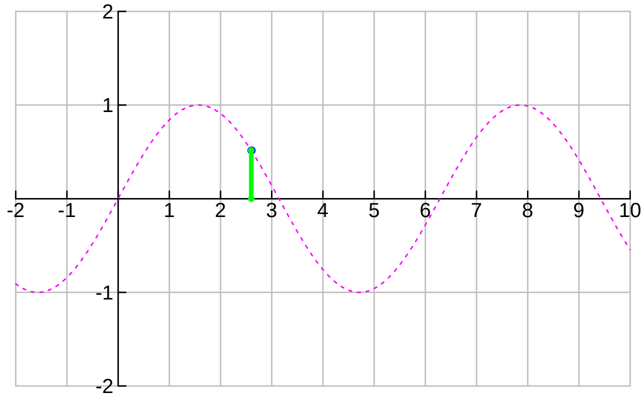


Her kan vi legge til en eller annen slags utregning for å måle lengden av linjene hvis vi ønsker det

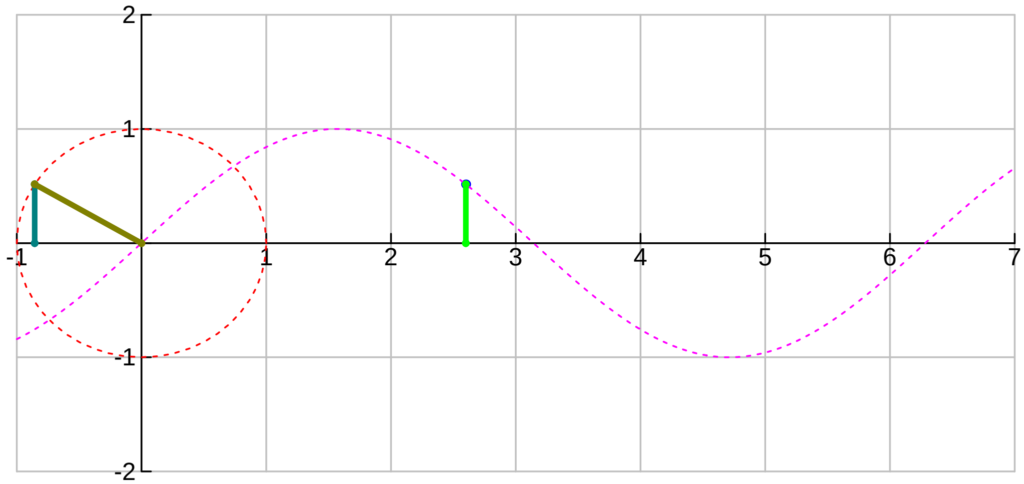
Til slutt kan vi jo vise at det går an å tegne inn vinkelen:

Ny verdi for a:





Vi kan også sette de to grafene inn i samme koordinatsystem



Her kan vi legge til en eller annen slags utregning for å måle lengden av linjene hvis vi ønsker det

Undersøke Taylorpolynomer

Vi definerer en funksjon h:

$h(x) := \sin(x)$ "Done"

Grad på Taylorpolynomet vi skal finne: n: 3

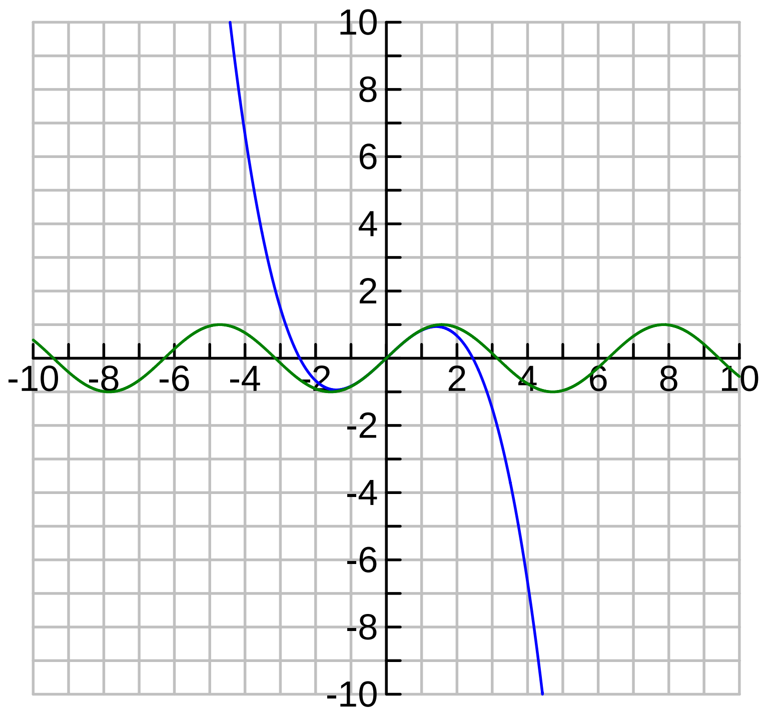
$f(x) := \mathrm{Taylor}(h(x), x, n)$ "Done"

$f(x) \quad = x - \frac{x^3}{6}$

$\mathrm{factor}(f(x), x) \quad \frac{-x\cdot\left(x+\sqrt{6}\right)\cdot\left(x-\sqrt{6}\right)}{6}$

Vi ser av denne faktoriseringen at vi ikke kan håpe på å få et n'te grads Taylorpolynom til å ha n nullpunkter, eller til å "følge etter" sinus-funksjonen i n bølgetopper og -bunner.

Tegner opp funksjonen med Taylorrekke i samme koordinatsystem:



ANSIKT

Definerer følgende funksjoner og tegner inn i samme koordinatsystem på neste side.

$\mathrm{hode}(x) := \frac{-(1)}{4} \cdot x^2 + 18 \mid x \geq -8.5 \text{ and } x \leq 8.5$ "Done"

$\mathrm{mule1}(x) := \sqrt{\frac{7065 - 49 \cdot x^2}{144}} - 5 \mid x \geq -12 \text{ and } x \leq 12$ "Done"

$\mathrm{mule2}(x) := -\sqrt{\frac{7065 - 49 \cdot x^2}{144}} - 5 \mid x \geq -12 \text{ and } x \leq 12$ "Done"

$\mathrm{nese}(x) := \frac{-(1)}{8} \cdot x^2 \mid x \geq -4 \text{ and } x \leq 4$ "Done"

$\mathrm{munn}(x) := \frac{x^2}{50} - 8 \mid x \leq 9 \text{ and } x \geq -9$ "Done"

$\mathrm{venstreoere}(x) := -2 \cdot (x + 2.7)^2 + 18 \mid x \leq -2 \text{ and } x \geq -4.2$ "Done"

$\mathrm{hoeyreoere}(x) := -2 \cdot (x - 2.7)^2 + 18 \mid x \leq 4.2 \text{ and } x \geq 2$ "Done"

$\mathrm{venstreoeye1}(x) := \sqrt{3 - (x - 3)^2} + 10$ "Done"

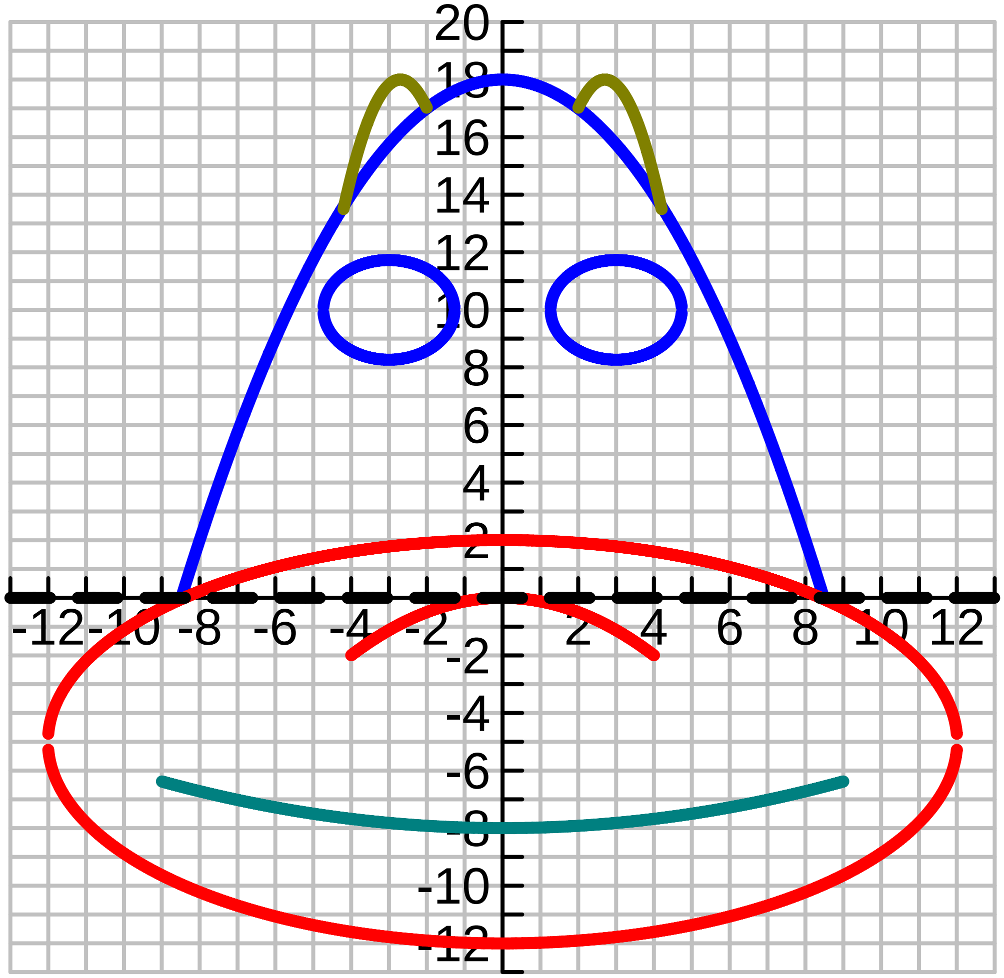
$\mathrm{venstreoeye2}(x) := -\sqrt{3 - (x - 3)^2} + 10$ "Done"

$\mathrm{hoeyreoeye1}(x) := \sqrt{3 - (x + 3)^2} + 10$ "Done"

$\mathrm{hoeyreoeye2}(x) := -\sqrt{3 - (x + 3)^2} + 10$ "Done"

Oppgaver eller aktiviteter:
- Gjem funksjonsuttrykkene og bruk funksjonen f(x) nedenfor til å prøve og finne ut hvilke av funksjonene i ansiktet som er parabler.
- Prøv å endre funksjonsuttrykket i munn(x) for å skifte humør på ansiktet!

$f(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ "Done"


20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
-2
-4
-6
-8
-10
-12
-12
-10
-8
-6
-4
-2
2
4
6
8
10
12